Prof. Dr. Alfred Toth

Zum Begriff der semiotischen Algebra

1. $\mathfrak{A}$ ist eine algebraische Struktur vom Typ Δ gdw $\mathfrak{A}$ ist ein geordnetes Trip

$\mathfrak{A} = <A, <\alpha_i>_{i \in I}, <\beta_j>_{j \in J}>$.

1.1. Ist $I = \emptyset$, d.h. gdw

$\mathfrak{A} = <A, <\beta_j>_{j \in J}>$,

dann heisst $\mathfrak{A}$ ein Relationalsystem vom Typ $<n_j>_{j \in J}$.

1.2. Ist $J = \emptyset$, d.h. gdw

$\mathfrak{A} = <A, <\alpha_i >_{i \in I}>$,

dann heisst $\mathfrak{A}$ eine Algebra vom Typ $<m_i>_{i \in I}$.

2. $\mathfrak{B}$ ist eine Boolesche Algebra gdw

$\mathfrak{B} = <B, \wedge, \vee, \{0, 1\}>$.

2.1. Wie wir bereits in Toth (2011) gezeigt haben, fallen in der Semiotik jedoch Konjunktion und Disjunktion zusammen, und zwar für alle drei als semiotische Negationen definierten Austauschrelationen.

Beispiel: ((1.3) (2.3)), $(p \wedge q) \equiv \neg(\neg p \vee \neg q)$

1. Sem. Neg.: $1 \leftrightarrow 2$: $((1.3)\ (2.3)) \equiv \neg((2.3) \vee (1.3)) = ((1.3), (2.3))$

2. Sem. Neg.: $2 \leftrightarrow 3$: $((1.3)\ (2.3)) \equiv \neg((1.2) \vee (3.2)) = ((1.3), (2.3))$

3. Sem. Neg.: $1 \leftrightarrow 3$: $((1.3)\ (2.3)) \equiv \neg((3.1) \vee (2.1)) = ((1.3), (2.3))$

2.2. Allerdings ist die Exklusion semiotisch relevant.

Beispiel: ((1.3) (2.3)), $(p \mid q) \equiv \neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$

1. Sem. Neg.: $1 \leftrightarrow 2$: $((1.3)\ (2.3)) \equiv ((2.3), (1.3))$

2. Sem. Neg.: $2 \leftrightarrow 3$: $((1.3)\ (2.3)) \equiv ((1.2), (3.2))$

3. Sem. Neg.: $1 \leftrightarrow 3$: $((1.3)\ (2.3)) \equiv ((3.1), (2.3))$

Es ist also $((2.3), (1.3)) \neq ((1.2), (3.2)) \neq ((3.1)\ (2.3))$

Wenn wir die gleichen Umformung mit den Beispielen ((1.2), (2.3)), ((1.3), (2.2)) sowie ((2.1), (3.1)) duchführen, erhalten wir in dieser Reihenfolge:

((2.1), (1.3)), ((1.3), (3.2)), ((3.2), (2.1))

((2.3), (1.1)), ((1.2) (3.3)), ((3.1), (2.2))

((1.2), (3.2)), ((3.1), (2.1)), ((2.3), (1.3)),

d.h. alle Ergebnisse sind paarweise verschieden. Setzen wir allerdings z.B. 1 = a, 2 = b, 3 = c, erkennen wir, dass immer genau die drei folgenden Typen auftreten:

1. (aabc)

2. (abbc)

3. (abcc)

Da diese Strukturen permutiert auftreten, und zwar ohne Einschränkung, dass die jeweils einen gleichen Zeichen adjazent sein müssen, gibt es also je 24, zusammen also 72 mögliche Strukturen.

Zusammenfassend halten wir also fest, dass eine semiotische Algebra ein Gebilde

$\mathfrak{S} = \langle S, |, N_1, N_2, N_3, \wp \rangle$,

worin $S = \{1, 2, 3\}$ die semiotische Trägermenge ist, N_x die 3 semiotischen Negationen einer trivalenten Semiotik, und $\wp$ der (die eigentlichen semiotischen Strukturen erzeugende) Permutator. Anders als eine (reguläre) mathematische Algebra ist eine semiotische Algebra somit nicht auf Konjunktion und Disjunktion, sondern auf dem Exklusor basiert.

Bibliographie

Toth, Alfred, Einführung in die dyadisch-trivalente Semiotik. In: Electronic Journal for Semiotic Studies, 12 Tle., 2011

21.4.2011